



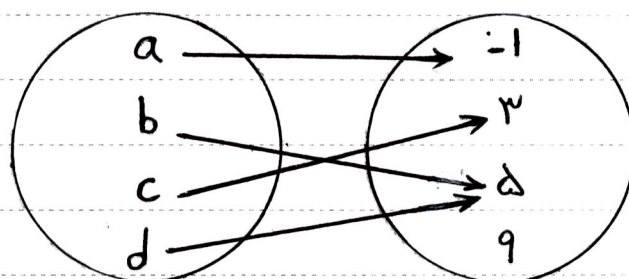
فصل دوم: تابع

فرض کنید که A, B دو مجموعه باشند، در این صورت یک تابع از مجموعه A به مجموعه B رابطه‌ای بین دو مجموعه A و B است که در آن به هر عضو از مجموعه A دقیقاً یک عضو از مجموعه B نسبت داده می‌شود.

مثال: رابطه‌ی بین افراد کلاس و شماره طول قد آنها نشان دهنده‌ی یک تابع است.

مثال: رابطه‌ی بین محیط یک مربع و طول ضلع آنها نشان دهنده‌ی یک تابع است.

الف) نمودار پیکانی



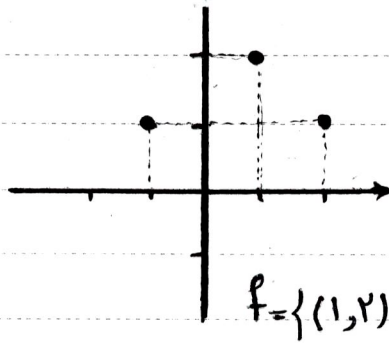
ب) نمودار جدولی

طول ضلع مربع	۱	۵	۶	۱۰	۷
محیط مربع	۴	۲۰	۲۴	۴۰	۲۸

ج) زوج مرتب؛

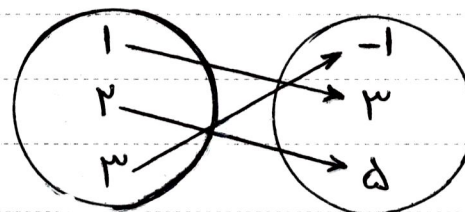
$$\{(-1, +3), (-1, 5), (3, 7)\}$$

د) نمودار مختصات



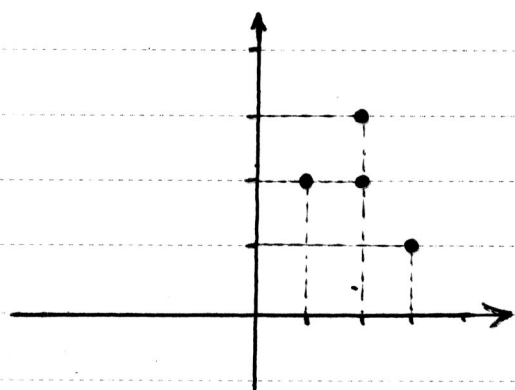
$$f = \{(1, 2), (-1, 1), (2, 1)\}$$

مثال: کدام رابطه‌ی زیر نشان دهنده‌ی یک تابع است.



الف)

ب)



د)

$$f = \{(-1, 2), (-3, 2), (1, 3)\}$$

ج)

x	۱	۵	-۳	۲	۰	۱
y	۲	-۷	۵	-۹	-۳	-۵

مثال: مقدار a را چنان بیابید که رابطه‌ی مقابل نشان دهنده‌ی یک تابع باشد.

$$f = \{(2, 1), (3, 2), (3, 2a - 1)\}$$

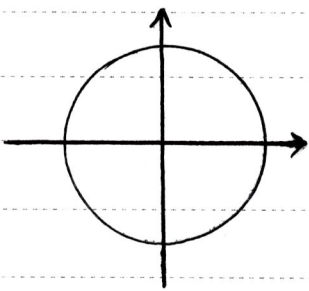
مثال: مقدارهای a و b را چنان مشخص کنید که رابطه‌ی مقابل نشان دهنده‌ی یک تابع باشد.

$$f = \{(2, 3), (-3, a+b), (2, a-b), (-3, 5)\}$$

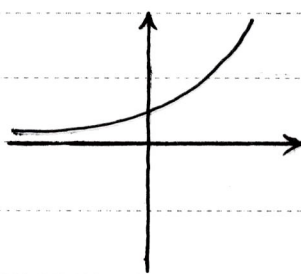
سؤال: اگر نمودار مفصلی یک رابطه داده شده باشد، راه تشخیص تابع بودن یا نبودن آن چیست؟

جواب: نمودار یک رابطه، وقتی نمودار تابع است که هر خط عمودی (موازی محور y ها) نمودار را در بیشتر از یک نقطه قطع نکند. به عبارت دیگر هر خط عمودی، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند. (یعنی قطع نکند و اگر هم قطع کرد، فقط در یک نقطه قطع کند نه بیشتر)

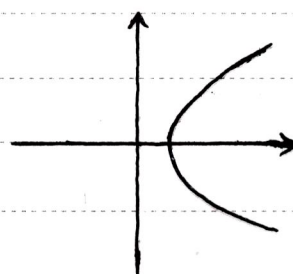
مثال: کدام نمودار می‌تواند نشان دهنده‌ی یک تابع باشد؟ چرا؟



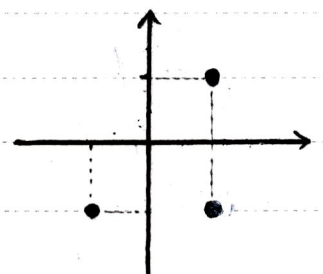
(د)



(ج)



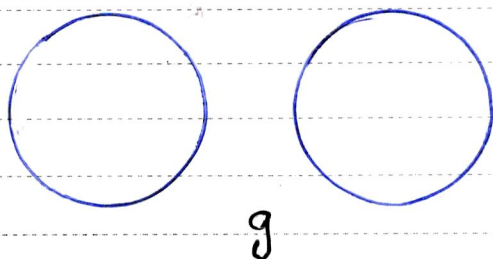
(ب)



(الف)

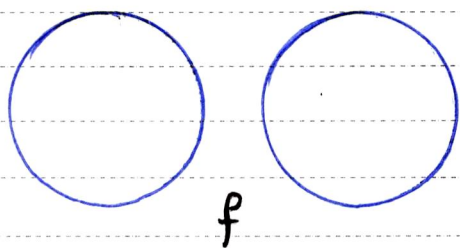
مثال: آیا رابطه‌ی مقابل نشان دهنده‌ی یک تابع است؟ چرا؟ $f = \{(3, 7), (7, -3), (3, -7)\}$

مثال: یک رابطه بیان کنید که یک تابع نباشد.



g

مثال: یک رابطه بنویسید که یک تابع نباشد.



f

مثال: کدام یک از روابط زیر یک تابع را معلوم می کند.

- الف) رابطه ای که به ضلع یک مربع محیط مربع را نسبت می دهد
 ب) رابطه ای که به هر فرد، گروه خونی او را نسبت می دهد
 ج) رابطه ای که به هر عدد مثبت ریشه های دوم آن را نسبت می دهد
 د) رابطه ای که به هر شخصی، برادر او را نسبت می دهد.
 ه) رابطه ای که به هر شخصی طول قد او را نسبت می دهد.
 ت) رابطه ای که به هر شخصی کتابهای مورد علاقه ای او را نسبت می دهد.

دامنه و برد توابع:

تابع $f = \{(-1, 2), (3, 5), (4, 3)\}$ را در نظر بگیرید. در این صورت.

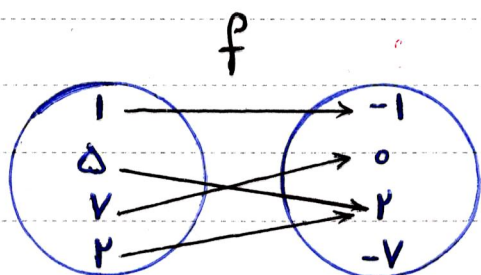
- الف) مجموعه ای همای مؤلفه های اول زوج های مرتب تابع f را دامنه ای تابع (D) می گویند
 ب) مجموعه ای همای مؤلفه های دوم زوج های مرتب تابع f را برد تابع (R) می گویند.

بنابراین داریم:

$$D_f = \{-1, 3, 4\} = \text{دامنه ای تابع } f \text{ یا } D_f$$

$$R_f = \{2, 5, 3\} = \text{برد تابع } f \text{ یا } R_f$$

مثال: در هر مورد دامنه و برد تابع داده شده را مشخص کنید.



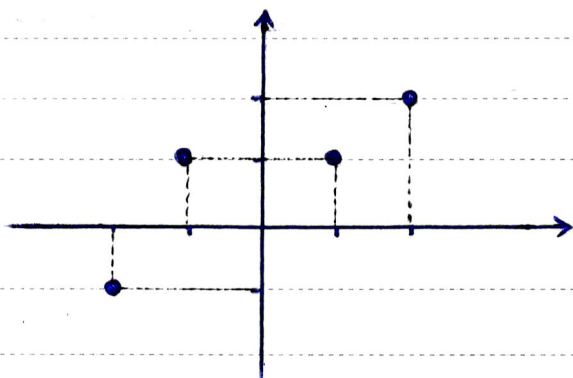
$$D_f = \{ \dots, \dots, \dots, \dots \}$$

$$R_f = \{ \dots, \dots, \dots, \dots \}$$

$$f = \left\{ \left(\frac{\pi}{2}, -1 \right), (2, \sqrt{3}), (\pi, -1) \right\}$$

$$D_f = \{$$

$$R_f = \{$$



$$f = \{$$

$$D_f =$$

$$R_f =$$

x	-1	2	3	-2	0	5
y	7	3	3	-1	0	-9

$$D_f =$$

$$R_f =$$

مثال: اگر تابع $f(x)$ به صورت $f(x) = \frac{1}{x}$ باشد، $D_f = \{-1, 5, 7\}$ باشد، برد تابع $f(x)$ را مشخص کنید.

$$f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow \begin{cases} f(-1) = \frac{1}{-1} = -1 \\ f(5) = \frac{1}{5} \\ f(7) = \frac{1}{7} \end{cases} \Rightarrow f_{\text{بر}} = \left\{ -1, \frac{1}{5}, \frac{1}{7} \right\}$$

$$f: A \rightarrow B$$

مثال کامل کنید

$$f(x) = x^2 - 1$$

$$D_f = \{5, 2, -5\}$$

$$R_f = \{ \dots, \dots \}$$

سؤال امتحانی: با توجه به اطلاعات داده شده، نمودار تابع $f(x)$ را رسم کنید

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = -2x \end{cases} \quad D_f = \{0, -1, 1, 2\}$$

$$f(0) = -2 \times 0 = 0$$

(جواب)

$$f(-1) = -2 \times (-1) = +2 \Rightarrow R_f = \{0, +2, -2, -4\}$$

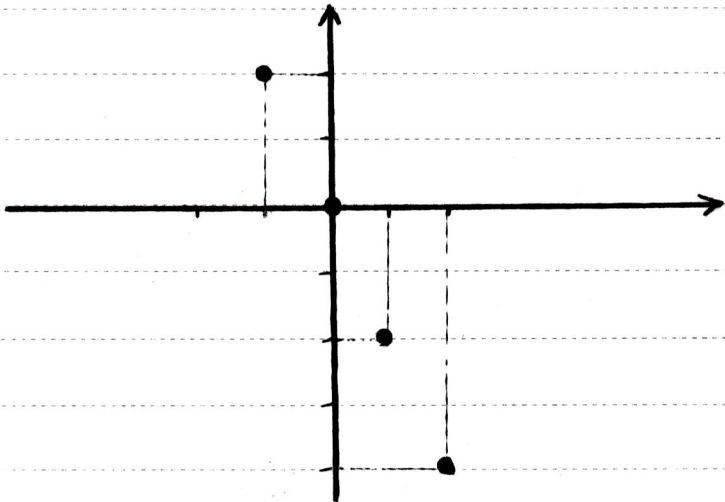
$$f(1) = -2 \times 1 = -2$$

$$f(2) = -2 \times 2 = -4$$

مبنای این تابع f به صورت مقابل می باشد

$$f = \{(0, 0), (-1, +2), (1, -2), (2, -4)\}$$

که نمودار آن به صورت زیر می باشد



سؤال امتحانی: اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = x^2 - 1$ باشد، مقادیر زیر را بدست آورید

$$f(16) =$$

$$g(3) =$$

$$f(9) \times g(4) =$$

$$f(0) + g(-1) =$$

$$g(f(4)) =$$

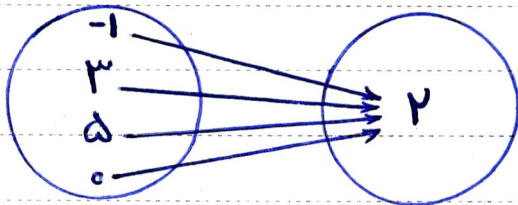
انواع تابع }
 (الف) تابع ثابت
 (ب) تابع همانی
 (ج) تابع چند ضابطه‌ای

(الف) تابع ثابت: تابع‌هایی که برد آنها فقط یک عضو دارد را **تابع ثابت** می‌گوئیم که ضابطه‌ی جبری این تابع‌ها به صورت $f(x) = k$ می‌باشد. (k عددی حقیقی است)

مثال: تابع $f(x) = 7$ یک تابع ثابت است.

مثال: تابع $f(x) = -1$ یک تابع ثابت است.

مثال: رابطه‌ی $f = \{(-1, 2), (3, 2), (5, 2), (0, 2)\}$ نشان دهنده‌ی یک تابع ثابت است که نمودار بیگانه‌ی آن به صورت زیر است.



$$D_f = \{-1, 3, 5, 0\}$$

$$R_f = \{2\}$$

(ب) تابع همانی: تابع $f(x) = x$ را تابع همانی می‌گوئیم. در تابع همانی واضح است که ورودی هر چه باشد، خروجی نیز همان خواهد شد.

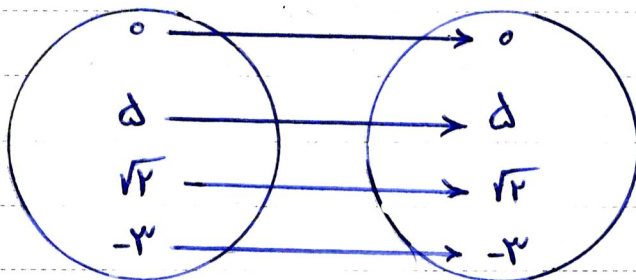
مثال: در تابع ثابت $f(x) = x$ داریم.

$$f(0) = 0$$

$$f(5) = 5$$

$$f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$$

$$f(-3) = -3$$



$$D_f = \{0, 5, \sqrt{2}, -3\}$$

$$R_f = \{0, 5, \sqrt{2}, -3\}$$

نکته: در تابع همانی مجموعه‌های دامنه و برد با هم مساوی هستند.

$$f = \{(3, 3), (\pi, \pi), (\frac{1}{5}, \frac{1}{5})\}$$

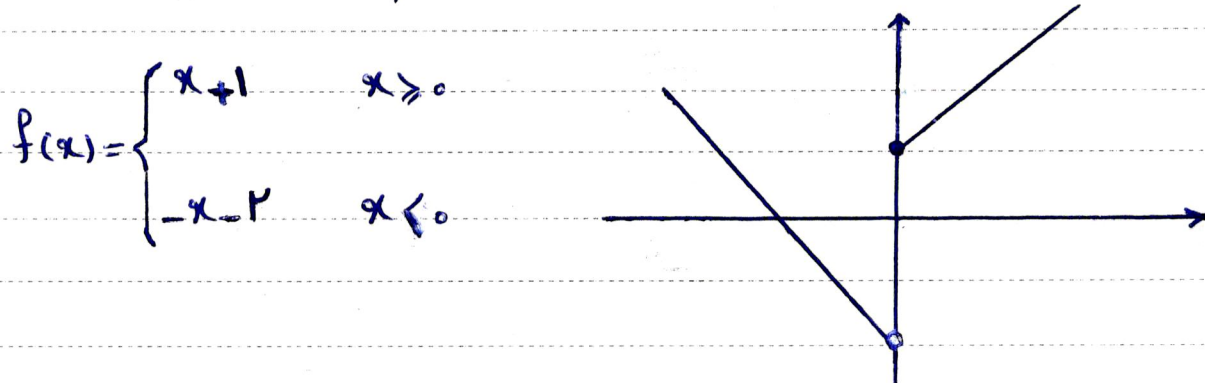
مثال: تابع مقابل همانی است.

$$D_f = \{3, \pi, \frac{1}{5}\}, R_f = \{3, \pi, \frac{1}{5}\}$$

$$D_f = R_f$$

ج) توابع چند ضابطه ای؛ توابعی که در بخشی های مختلف دامنه ضابطه های مختلف دارند را توابع چند ضابطه ای می گویند. مثلاً اگر یک تابع از دو ضابطه پیروی کند را تابع دو ضابطه ای می گوئیم.

مثال: تابع مقابل یک تابع دو ضابطه ای می باشد که نمودار آن نیز رسم شده است.



مثال: با توجه به تابع مقابل، مقدارهای خواسته شده را بدست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x > 0 \\ -3x + 2 & x \leq 0 \end{cases}$$

$$f(2) =$$

$$f(-2) =$$

$$f(0) =$$

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) =$$

$$f(\sqrt{5}) =$$

$$f[f(-1)] =$$

$$-2f(-1) =$$

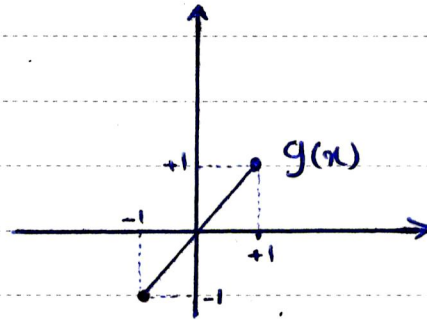
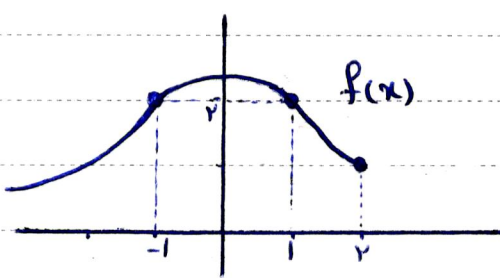
سؤال امتحانی: اگر $f = \{(1, 2), (-1, 1), (2, -1), (-2, 2)\}$ باشد، حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$f(1) =$$

$$f[f(-2)] =$$

$$f(f(-1)) =$$

سؤال امتحانی: با توجه به نمودارهای مقابل، حاصل عبارت خواسته شد، را بدست آورید.



$$f(g(-1)) + g(f(2)) =$$

سؤال امتحانی: با توجه به توابع f و g مقادیر خواسته شد، را بدست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ 2x & 0 \leq x < 5 \\ -2x + 1 & x \geq 5 \end{cases}$$

$$g(x) = -4x - 3$$

$$f(1) =$$

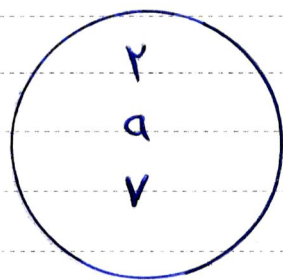
$$f(4) =$$

$$g(f(2)) =$$

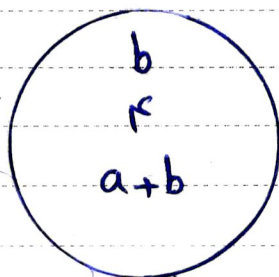
$$f(g(0)) =$$

سؤال امتحانی: اگر $A = \{(2, b), (a, 4), (7, a+b)\}$ یک تابع ثابت باشد مقدار a کدام است.

جواب: می‌دانیم که برد تابع ثابت فقط یک عضو دارد. بنابراین:



دامنه



برد

پس باید هر سه مقدار $a+b$, 4 , و b با هم برابر باشند که داریم:

$$b = 4$$

$$a + b = 4 \Rightarrow a + 4 = 4$$

$$a = 4 - 4 = 0$$

بنابراین مقدار a برابر صفر می‌باشد.

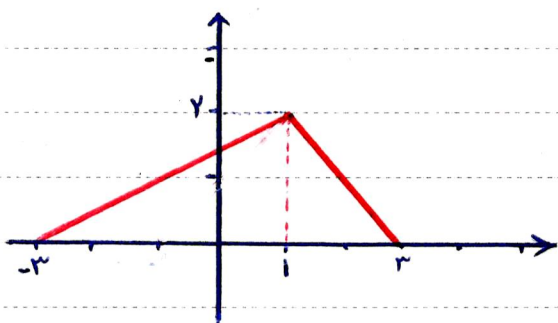
سؤال امتحانی: اگر $A = \{(a, 1), (2, b), (5, c)\}$ یک تابع همانی باشد

$$a = \dots, b = \dots, c = \dots$$

الف) مقدارهای a , b , و c را بدست آورید.

ب) میانگین a , b , و c را بدست آورید.

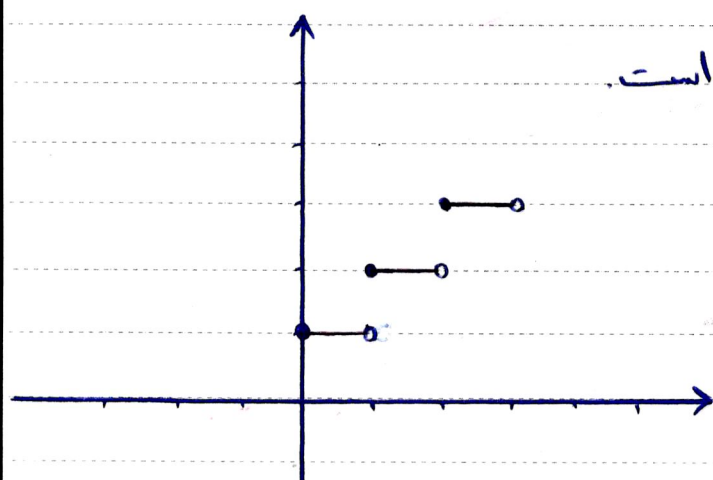
سؤال امتحانی: منایطی تابع مقابل را مشخص کنید.



$$f(x) = \begin{cases} \end{cases}$$

درس ۲: توابع پله‌ای و قدر مطلق:

الف) توابع پله‌ای: به توابع چند ضابطه‌ای که در هر ضابطه مقدار تابع، عددی ثابت است را توابع پله‌ای می‌گویند.

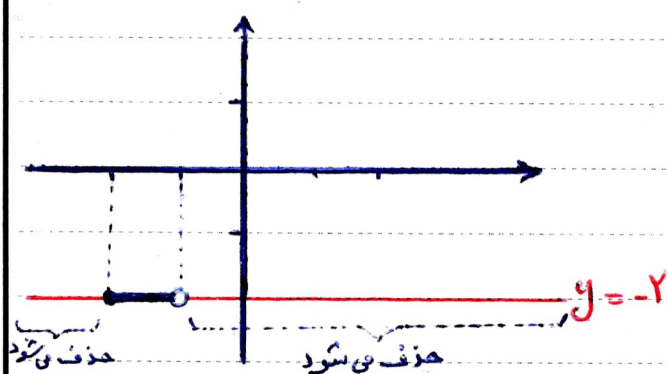


مثال: نمودار یک تابع پله‌ای به صورت زیر رسم شده است.

مثال: نمودار تابع پله‌ای مقابل را رسم کنید.

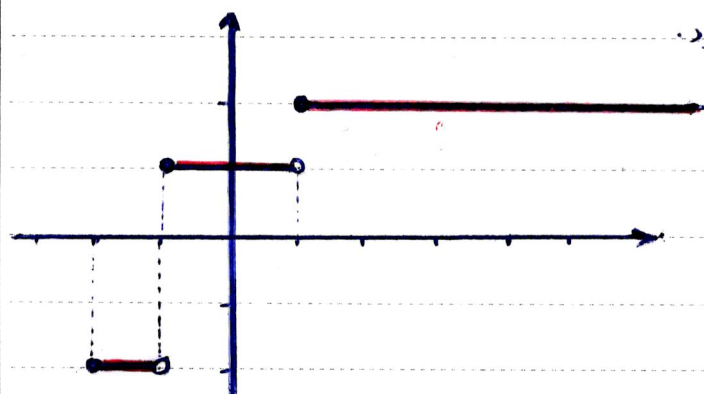
$$f(x) = \begin{cases} -2 & -2 \leq x < -1 \\ +1 & -1 \leq x < 1 \\ +2 & x \geq 1 \end{cases}$$

جواب: ابتدا باید خطوط $y = -2$ ، $y = +1$ و $y = +2$ را رسم کنیم و سپس قسمتهای مشخص شده در هر ضابطه را از این نمودارها را در نظر بگیریم و قسمتهای اضافه را پاک کنیم. مثلاً برای ضابطه‌ای اولی به این صورت عمل می‌کنیم.



ابتدا نمودار تابع $y = -2$ را رسم می‌کنیم پس از این نمودار قسمتهای را در نظر می‌گیریم که در آن $-2 \leq x < -1$ باشد.

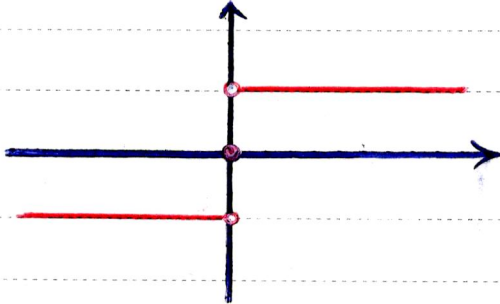
بنابراین نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر رسم می‌شود.



مثال: نمودار تابع مقابل را رسم کنید. (معروف به تابع علامت)

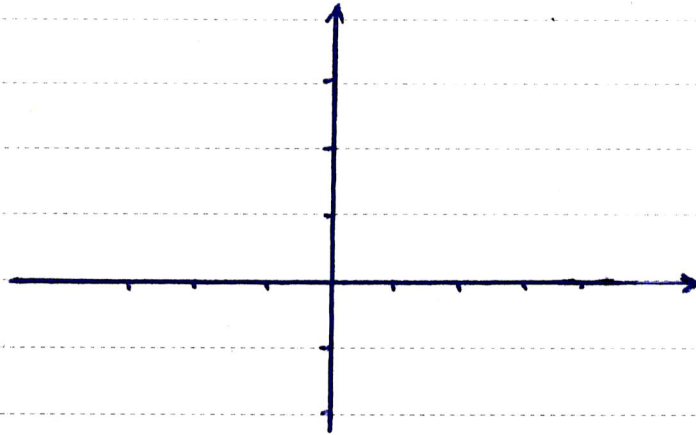
$$f(x) = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

جواب: ابتدا خطوط $y=1$ و $y=0$ و $y=-1$ را رسم می‌کنیم.
سپس قسمتهای خواسته شده از این خطوط را در نظر می‌گیریم و قسمتهای اضافی را پاک می‌کنیم.



مثال: نمودار تابع مقابل را رسم کنید.

$$f(x) = \begin{cases} +2 & x < 1 \\ 1 & x = 1 \\ -1 & 1 < x < 3 \end{cases}$$

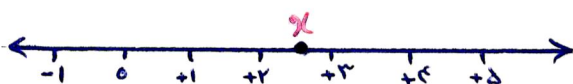


فرض کنید g تابعی است که به هر عدد صحیح، خود همان عدد را نسبت می‌دهد و به هر عدد که بین دو عدد صحیح متوالی باشد، عدد صحیح کوچکتر را نسبت می‌دهد.

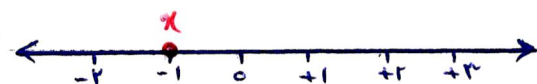
مثلاً اگر x عدد ۳- باشد تابع g این عدد را به خود ۳- نسبت می‌دهد.

مثلاً اگر x عدد ۷+ باشد، تابع g این عدد را به خود ۷+ نسبت می‌دهد.

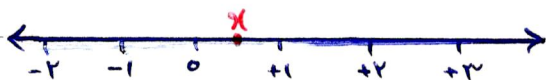
مثلاً اگر x عددی بین ۳ و ۴ باشد، تابع g مقدار ۳ را به عدد ۳ (عدد کوچکتر) نسبت می‌دهد.



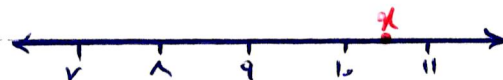
$$+2 \leq x < +3 \Rightarrow g(x) = +2$$



$$x = 0 \Rightarrow g(x) = 0$$



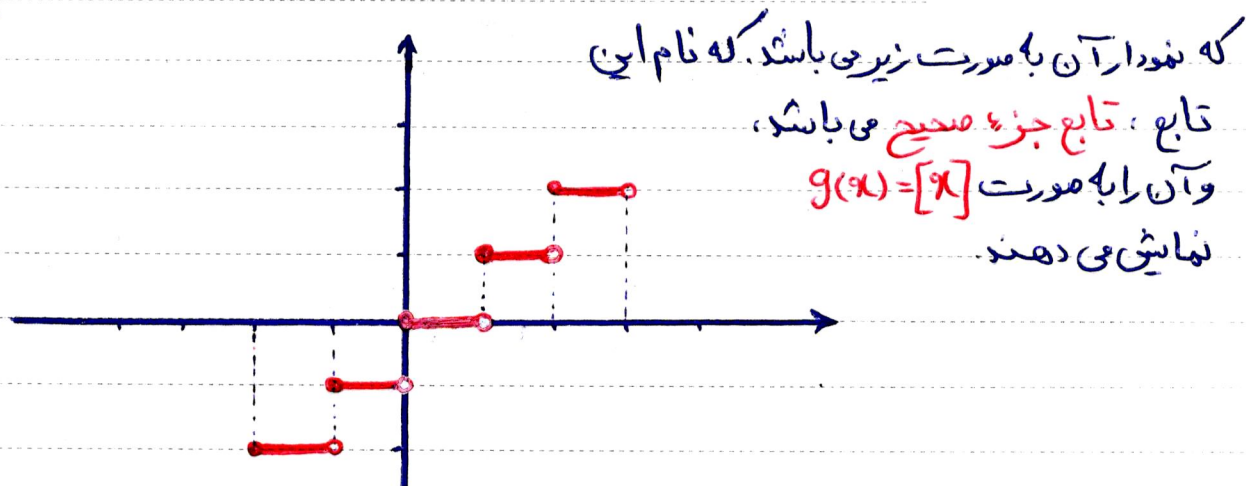
$$0 \leq x < +1 \Rightarrow g(x) = 0$$



$$10 \leq x < 11 \Rightarrow g(x) = 10$$

بنابراین تابع $g(x)$ به صورت زیر می باشد

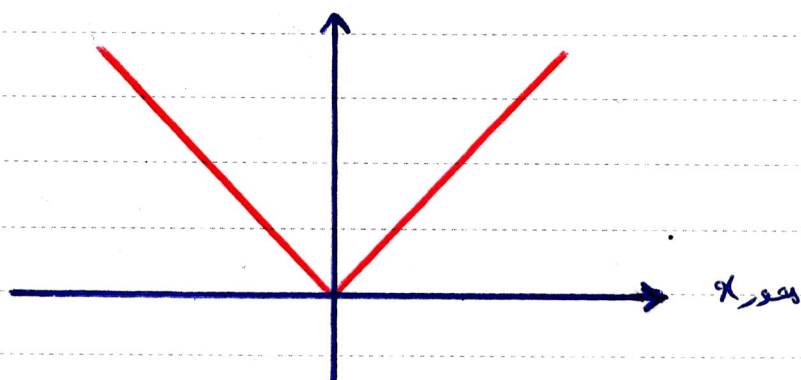
$$g(x) = \begin{cases} \vdots & \\ -2 & -2 \leq x < -1 \\ -1 & -1 \leq x < 0 \\ 0 & 0 \leq x < 1 \\ +1 & +1 \leq x < +2 \\ +2 & +2 \leq x < 3 \\ \vdots & \end{cases}$$



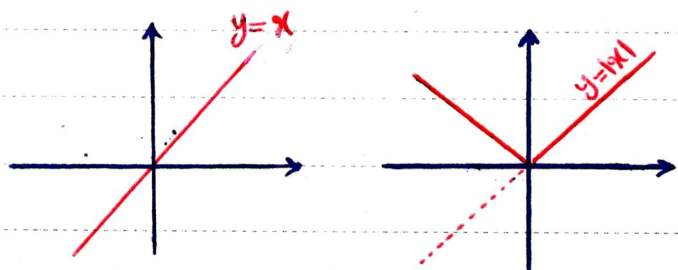
تابع با ضابطه $f(x) = |x|$ را **تابع قدر مطلق** می گویند که طبق تعریف قدر مطلق داریم،

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

و نمودار آن به صورت زیر رسم می شود



در واقع برای رسم تابع $f(x) = |x|$ ابتدا بدون در نظر گرفتن علامت قدر مطلق، نمودار تابع



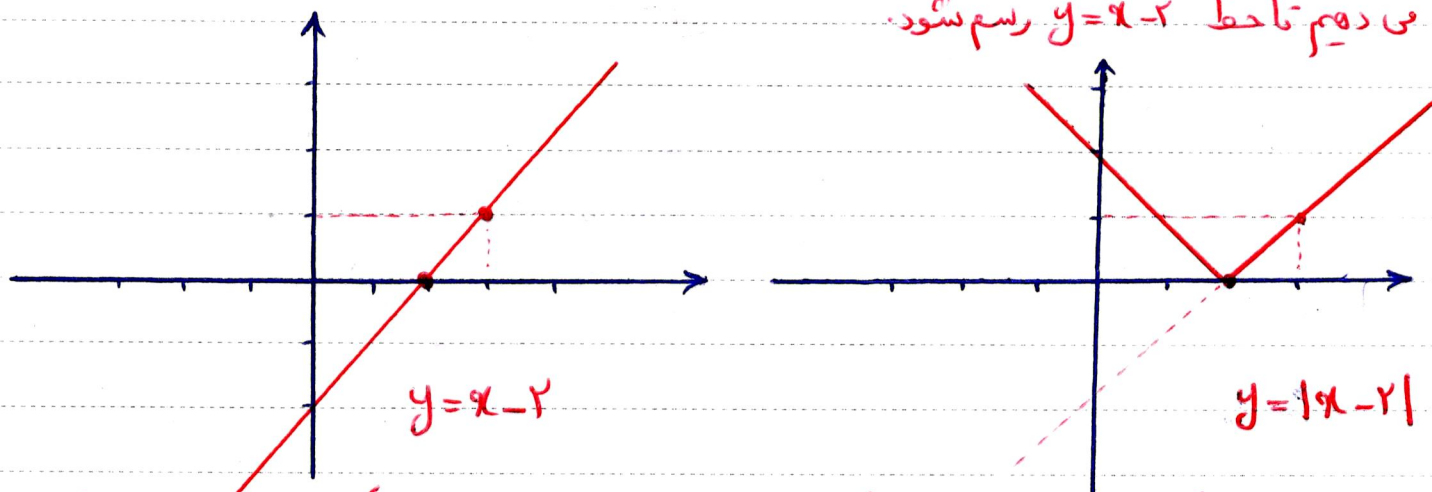
$f(x) = x$ را رسم می کنیم پس آن قسمتهای از نمودار را که زیر محور x قرار دارد را نسبت به محور x قرینه می کنیم تا بالای محور x قرار بگیرد.

مثال: نمودار تابع $y = |x - 2|$ را رسم کنید.

جواب: ابتدا قدر مطلق را در نظر نمی گیریم و تابع $y = x - 2$ را رسم می کنیم که به صورت زیر رسم می شود.

$$y = x - 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = 3 - 2 = 1 & [1] \\ x = 2 \Rightarrow y = 2 - 2 = 0 & [2] \end{cases}$$

اکنون این دو نقطه را در صفحه مختصات مشخص می کنیم و آنها را با هم وصل می کنیم و از هر دو طرف امتداد می دهیم تا خط $y = x - 2$ رسم شود.

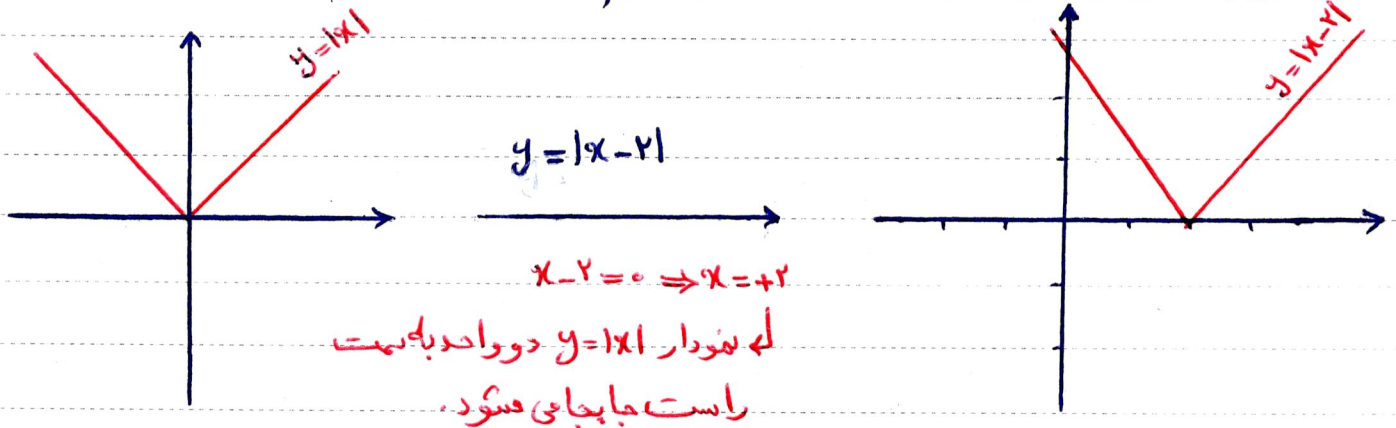


در واقع بعد از این که تابع $y = x - 2$ را رسم کردیم، آن سمتهای آن نمودار را که زیر محور x می باشد را نسبت به محور x قرینه می کنیم تا تابع $y = |x - 2|$ بدست آید.

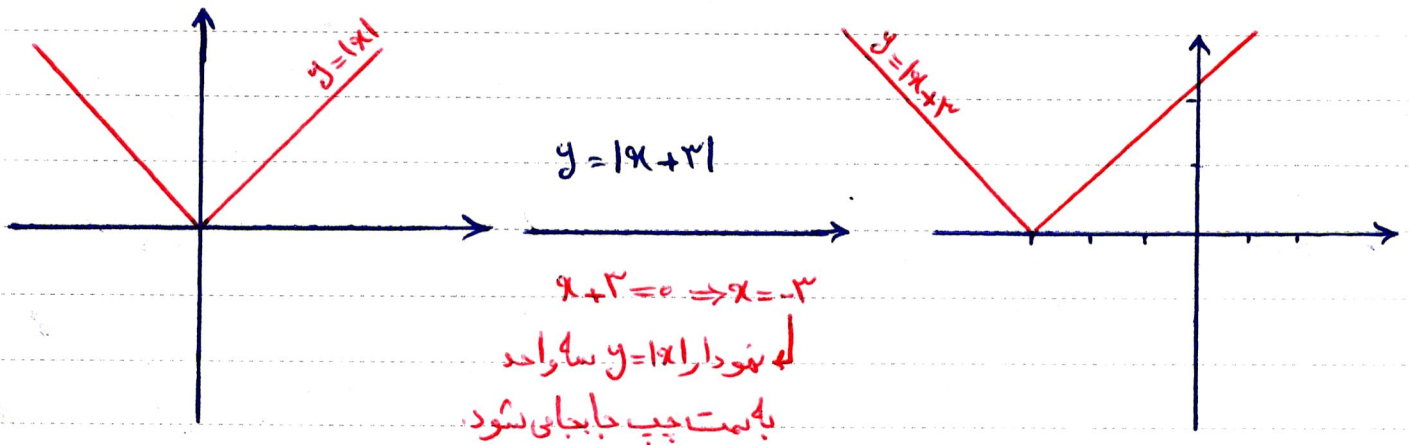
مثال: نمودار تابع $f(x) = |2x - 1|$ را رسم کنید.

رسم توابع به کمک انتقال:

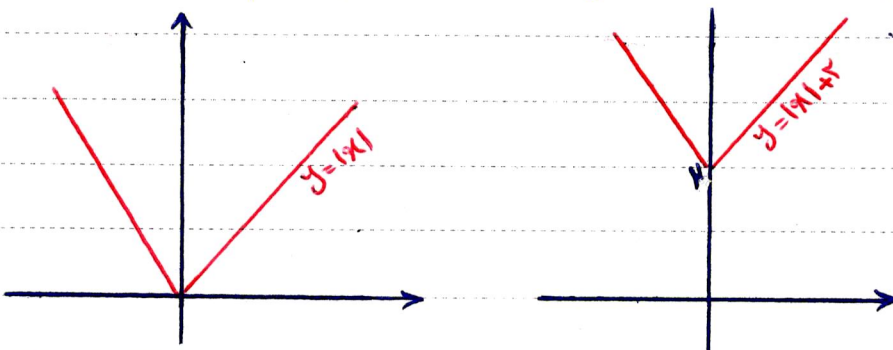
الف) برای رسم نمودار تابع $y = |x - 2|$ در ابتدای توابع نمودار تابع $y = |x|$ را رسم کنیم و سپس آنرا به اندازه ۲ واحد به سمت راست جابجا کنیم.



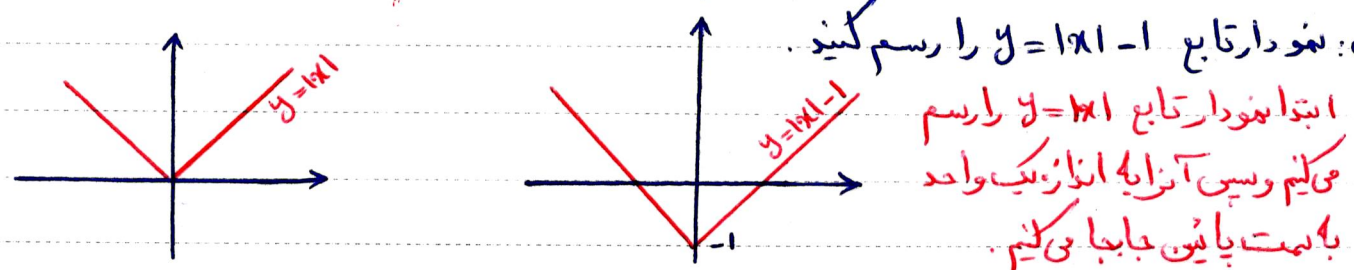
مثال: نمودار تابع $f(x) = |x + 3|$ را به کمک نمودار تابع $y = |x|$ رسم کنید.



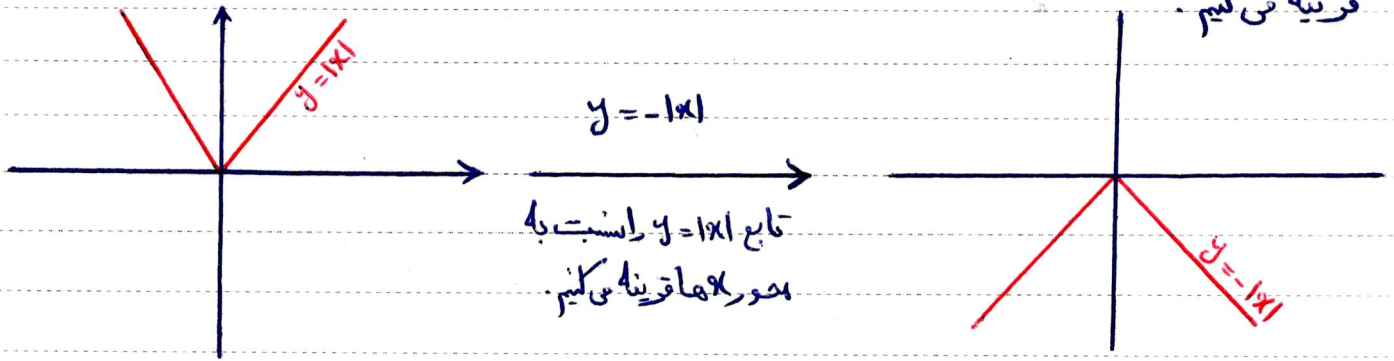
ب) برای رسم نمودار تابع $y = |x| + 2$ در ابتدا نمودار تابع $y = |x|$ را رسم می کنیم، سپس آنرا به اندازه ۲ واحد به سمت بالا جابجا می کنیم.



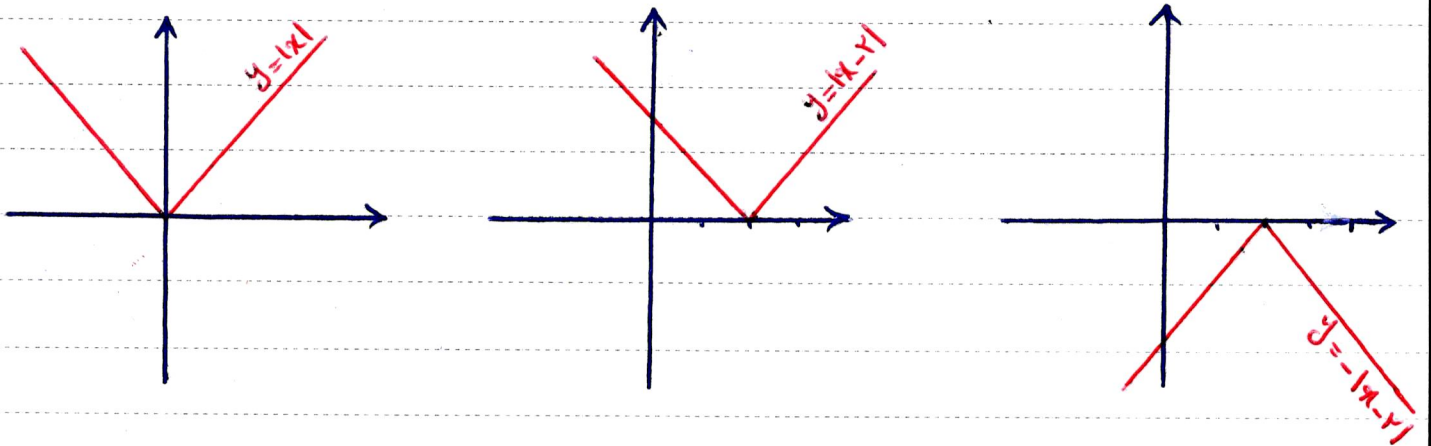
مثال: نمودار تابع $y = |x| - 1$ را رسم کنید.



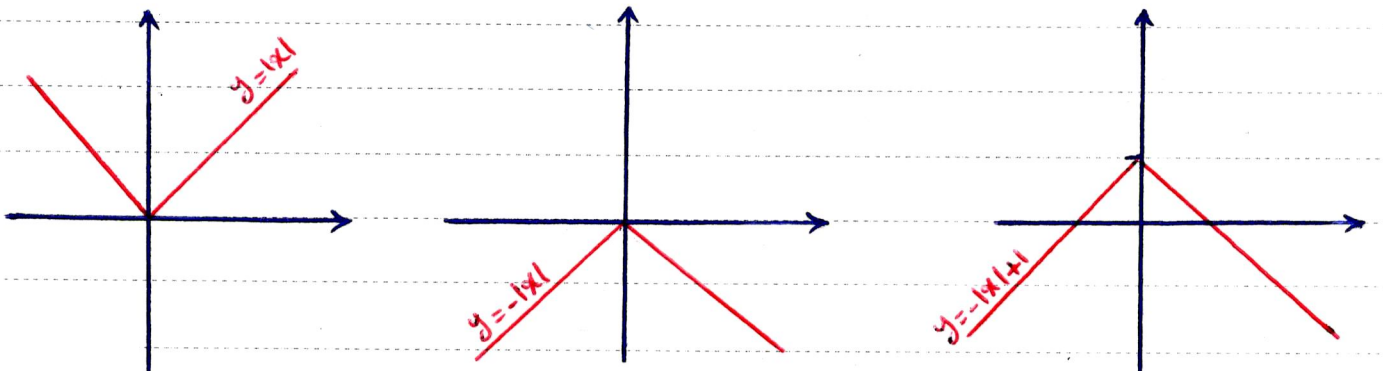
نکته: برای رسم تابع $f(x) = -|x|$ ابتدا تابع $f(x) = |x|$ را رسم می‌کنیم و سپس آنرا نسبت به محور x قرینه می‌کنیم.



مثال: نمودار تابع $y = -|x - 2|$ را رسم کنید.
الف) ابتدا تابع $y = |x|$ را رسم می‌کنیم. ب) آنرا ۲ واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم (ج) سپس آنرا نسبت به محور x قرینه می‌کنیم.



مثال: نمودار تابع $y = -|x| + 1$ را به کمک نمودار تابع $y = |x|$ رسم کنید.



در واقع برای رسم نمودار تابع $y = -|x| + 1$ به این صورت عمل کردیم:

الف) ابتدا نمودار تابع $y = |x|$ را رسم کردیم.

ب) سپس تابع $y = |x|$ را نسبت به محور x قرینه کردیم تا نمودار تابع $y = -|x|$ بدست آید.

ج) در آخر نمودار تابع $y = -|x|$ را یک واحد به سمت بالا بردیم تا نمودار تابع $y = -|x| + 1$ بدست آید.

مثال: نمودار تابع $y = -|2x + 1|$ را رسم کنید.

مثال: نمودار تابع $y = -|x - 1| + 2$ را رسم کنید.

مثال: اگر $f(x) = |x|$ ، $g(x) = [x]$ ، $z(x) = \text{sign}(x)$ باشد عبارات مقابل را بدست آورید.

$$f(-2) + g(3, 2) + z(2, 2) = |-2| + [3, 2] + \text{sign}(2, 2) = +2 + 3 + 1 = +6$$

$$f(2) \times z(-3) + g(-1, 5) =$$

درس سوم: اعمال بر روی توابع:

عملهای جمع و تفریق و ضرب و تقسیم روی دو تابع به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{cases} (f+g)(x) = f(x) + g(x) \\ (f-g)(x) = f(x) - g(x) \end{cases}$$

$$D_{f \pm g} = D_f \cap D_g$$

$$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$$

$$D_{f \times g} = D_f \cap D_g$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$

مثال: اگر $f = \{(1, 2), (-3, 4), (3, 5), (7, -1)\}$ و $g = \{(2, 1), (3, -1), (7, 2)\}$ باشد
در این صورت:

$$\left. \begin{array}{l} D_f = \{1, -3, 3, 7\} \\ D_g = \{2, 3, 7\} \end{array} \right\} \Rightarrow D_f \cap D_g = \{3, 7\}$$

بنابراین تابع $f+g$ ، $f-g$ ، $f \times g$ و $\frac{f}{g}$ روی $\{3, 7\}$ تعریف می شود. پس

$$\begin{aligned} (f+g)(3) &= f(3) + g(3) = 5 + (-1) = 5 - 1 = 4 \\ (f+g)(7) &= f(7) + g(7) = -1 + 2 = +1 \end{aligned} \Rightarrow (f+g)(x) = \{(3, 4), (7, +1)\}$$

$$\begin{aligned} (f-g)(3) &= f(3) - g(3) = 5 - (-1) = 5 + 1 = 6 \\ (f-g)(7) &= f(7) - g(7) = -1 - 2 = -3 \end{aligned} \Rightarrow (f-g)(x) = \{(3, 6), (7, -3)\}$$

$$\begin{aligned} (f \times g)(3) &= f(3) \times g(3) = 5 \times (-1) = -5 \\ (f \times g)(7) &= f(7) \times g(7) = -1 \times 2 = -2 \end{aligned} \Rightarrow (f \times g)(x) = \{(3, -5), (7, -2)\}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{f}{g}\right)(3) &= \frac{f(3)}{g(3)} = \frac{5}{-1} = -5 \\ \left(\frac{f}{g}\right)(7) &= \frac{f(7)}{g(7)} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2} \end{aligned} \Rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \{(3, -5), (7, -\frac{1}{2})\}$$

سؤال امتحانی: اگر $f = \{(2, 0), (4, -1), (-1, 2)\}$ و $g = \{(2, 5), (3, -1), (-1, 2)\}$ باشد. توابع زیر را مشخص کنید.

$$(f+g)(x) =$$

$$\left(\frac{g}{f}\right)(x) =$$

$$(f \times g)(x) =$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) =$$

$$(f-g)(x) =$$

$$(g-f)(x) =$$

$$D_f = \{2, 4, -1\}$$

$$D_g = \{2, 3, -1\}$$

$$D_f \cap D_g = \{2, -1\}$$

جواب:

$$(f+g)(2) = f(2) + g(2) = 0 + 5 = 5$$

$$(f+g)(-1) = f(-1) + g(-1) = 2 + 2 = 4$$

$$\Rightarrow (f+g)(x) = \{(2, 5), (-1, 4)\}$$

$$(f \times g)(2) =$$

$$(f \times g)(-1) =$$

$$(f-g)(2) =$$

$$(f-g)(-1) =$$

$$(g-f)(2) =$$

$$(g-f)(-1) =$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(2) =$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(-1) =$$

$$\left(\frac{g}{f}\right)(2) =$$

$$\left(\frac{g}{f}\right)(-1) =$$

دانش آموز عزیز، سوالات زیر را حل کنید (مل این سوالات در بالا بردن نمره ی کلاسی شما تأثیر گذار است)

۱- در صورتی که $\sim p \vee q \equiv F$ باشد، ارزش عبارتهای زیر را مشخص کنید

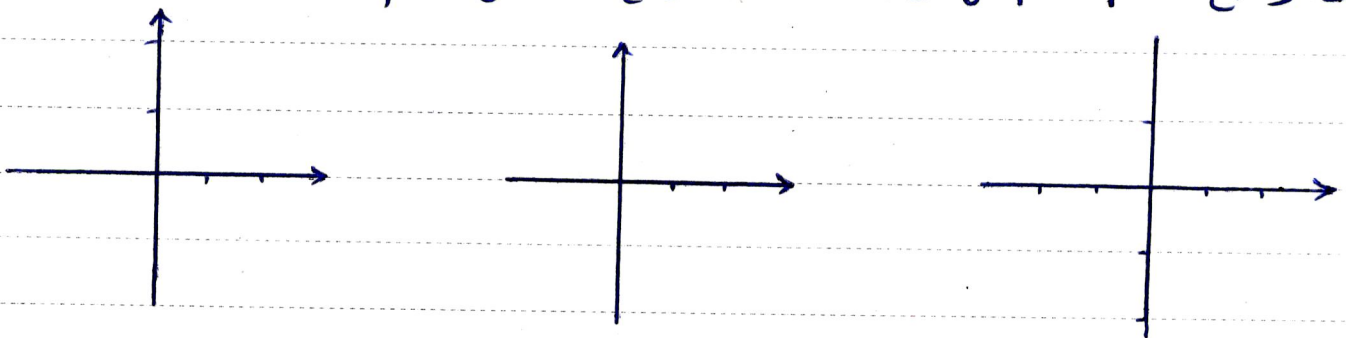
الف) $(\sim p \wedge \sim q) \vee q$

ب) $(p \Leftrightarrow \sim q) \Rightarrow q$

۲ مقدار a ، b را چنان تعیین کنید که مجموعه ی زیر یک تابع باشد.

$$f = \{(-1, b+3), (7, 1), (-1, 4-a), (7, a)\}$$

۳ نمودار تابع $y = |x-2| - 1$ را به کمک نمودار تابع $y = |x|$ رسم کنید.



۴ اگر $f(x) = x^2 + 1$ و $g = \{(3, 1), (-1, 2), (2, 5), (0, 3)\}$ باشند، حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$(f+g)(3) =$$

$$(f \times g)(0) =$$

$$g[f(-1)] =$$

$$g[g(0)] =$$

دانش آموز عزیز، سوالات زیر را حل کنید (حل این سوالات در بالا بردن نمره ی کلاسی شما تأثیر گذار است)

۵- اگر تابع $f = \{(-1, x+2y), (0, 3), (2, -x+y)\}$ تابع ثابت باشد، مقدار y و x را بدست آورید.

۴ با استفاده از جدول ارزش ها، درستی هم ارزی زیر را ثابت کنید

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$$

۳ جدول زیر را کامل کنید.

درست	نادرست	
✓		اگر $2 < 3$ باشد، ۳ نگاه
✓		$\sqrt{4}$ عددی طبیعی است و
	✓	یا لا عددی اول است.
		عدد ۳ مزد نسبت اگر و فقط اگر $\sqrt{2}$ عددی گنر باشد

۳ اگر $f(x) = [x]$ و $g(x) = |x|$ و $z(x) = \text{sign}(x)$ باشد، حامل عبارات زیر را بدست آورید

$$z(-7) + f(-1,5) + g(-5) =$$

$$f(3,7) + g[z(-2)] =$$

دانش آموز عزیز، سوالات زیر را حل کنید (حل این سوالات در بالا بردن نمره ی کلاسی شما تاثیر گذار است)

۹ اگر $f = \{(1, 2), (0, 1), (-3, 5)\}$ و $g = \{(0, 7), (1, 3), (2, 1)\}$ باشد، مطلوب است:

$$f + g =$$

$$D_f = \{$$

$$D_g = \{$$

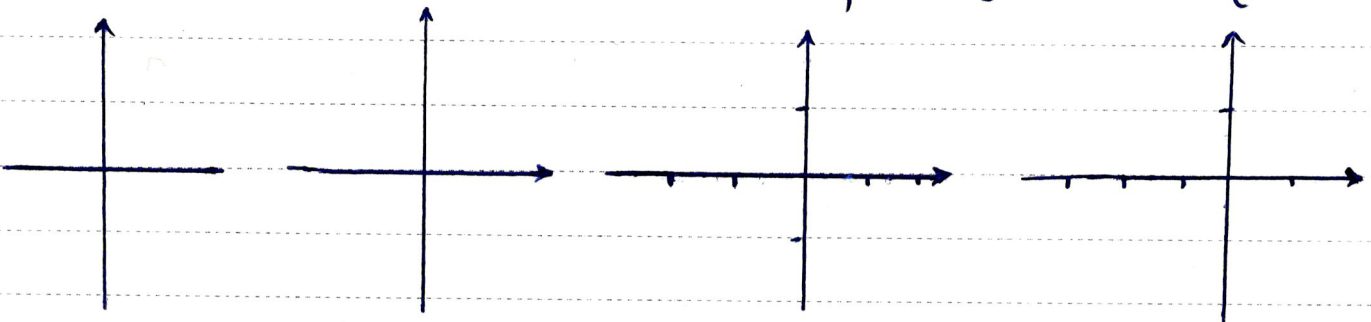
$$f \times g =$$

$$D_f \cap D_g = \{$$

۱۰ درستی هم از $(p \vee \sim q) \equiv \sim(p \Rightarrow q)$ را بررسی کنید

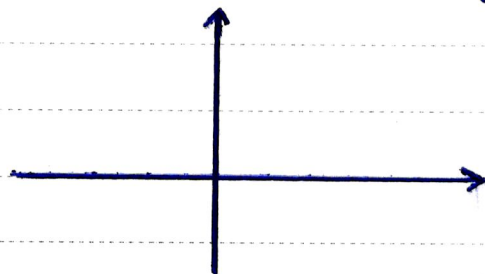
p	q	$\sim p$	$\sim q$			

۱۱ نمودار تابع $y = -|x + 2| + 1$ را رسم کنید



۱۲ ضابطه ی تابع علامت را نوشته و نمودار آن را رسم کنید.

$$f(x) =$$



۱۳. اگر $f(x) = [x] + 3$ و $D_f = \{-1, -3, 5, 1\}$ باشد برد تابع f را مشخص کنید

۱۴. ارزش گزاره های زیر را مشخص کنید.
الف) اگر ۵ فرد باشد، آنگاه ۲ عددی اول است

ب) $2 \in [-2, 5]$ اگر و فقط اگر $\text{sign}(-3) = 0$ باشد.

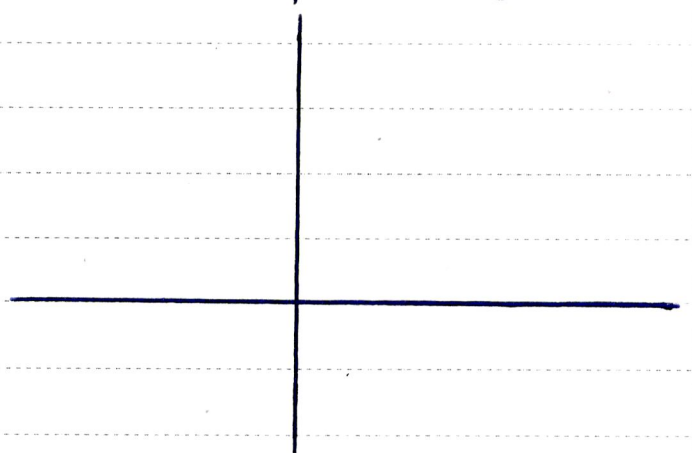
ج) $\sqrt{2}$ گویا است اگر و تنها اگر ۲ عددی فرد است.

د) بهار ۹۳ روز دارد یا $\text{sign}(+7) = 0$

ه) $\sqrt{9}$ عددی گویاست و منفردی زوج است.

$$f(x) = \begin{cases} +2 & x \leq 1 \\ 3 & 1 < x < 2 \\ -1 & x \geq 2 \end{cases}$$

۱۵. نمودار تابع مقابل را رسم کنید.



۱۶. کدام یک از جملات زیر یک گزاره است.

الف) رنگ سبز از قرمز زیباتر است.

ب) شما چند سال دارید.

ج) شیراز پایتخت ایران است.

د) هوای خوبی

دانش آموز عزیز، سوالات زیر را حل کنید (حل این سوالات در بالا بردن نمره ی کلاسی شما تاثیر گذار است)

۱۶- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 1 \\ [x] & 1 \leq x < 4 \\ -1 & x \geq 4 \end{cases}$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$ باشد، مقادیر زیر را بدست آورید.

$$f(5) =$$

$$g(8) =$$

$$f(2, 2) =$$

$$g(f(2, 2)) =$$

$$f(g(15)) =$$

۱۷- درستی یا نادرستی عبارات زیر را کامل کنید.

(الف) دامنه و برد تابع همان با هم برابرند.

(ب) بُرد تابع ثابت فقط یک عضو دارد.

(ج) $\text{sign}(-3) = 0$ می باشد.

(د) تابع $y = |x|$ تابع پله ای می باشد.

(ه) تابع $z(x) = \text{sign}(x)$ تابع پله ای می باشد.

(ت) تابع $f = \{(1, -1), (2, -1), (3, -1), (4, -1), (5, -1), (6, -1), (7, -1), (8, -1), (9, -1), (10, -1)\}$ تابعی ثابت است.

(ه) گزاره ی $p \Leftrightarrow q$ زمانی درست است که یکی درست و دیگری نادرست باشد.

$$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$$

۱۸- هم ارزی زیر را ثابت کنید.

۱- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) تابع $f(x) = \text{sign}(x)$ یک تابع پله ای است.

ب) برد تابع ثابت مجموعه ای تک عضو است.

ج) ضابطه ای تابع ثابت به صورت $f(x) = x$ می باشد.

د) دامنه و برد تابع ثابت با هم برابرند.

ه) اگر $x = -1.5$ باشد آنگاه $[x] + [-x] = -1$

ت) $\text{sign}(3 + \sqrt{7}) = 1$ می باشد.

ه) اگر P یک گزاره دلخواه باشد، $P \wedge \sim P \equiv F$ می باشد.

ت) گزاره $P \Leftrightarrow Q$ فقط هنگامی درست است که هر دو گزاره درست باشند.

س) تابع $f(x) = [x]$ تابعی ثابت است.

ث) $\text{sign}([7.5]) = 0$

۲ اگر $f(x) = |x|$ باشد

الف) تابع $f(x)$ را به صورت یک تابع سه ضابطه ای بنویسید.

$$f(x) = |x| = \begin{cases} \end{cases}$$

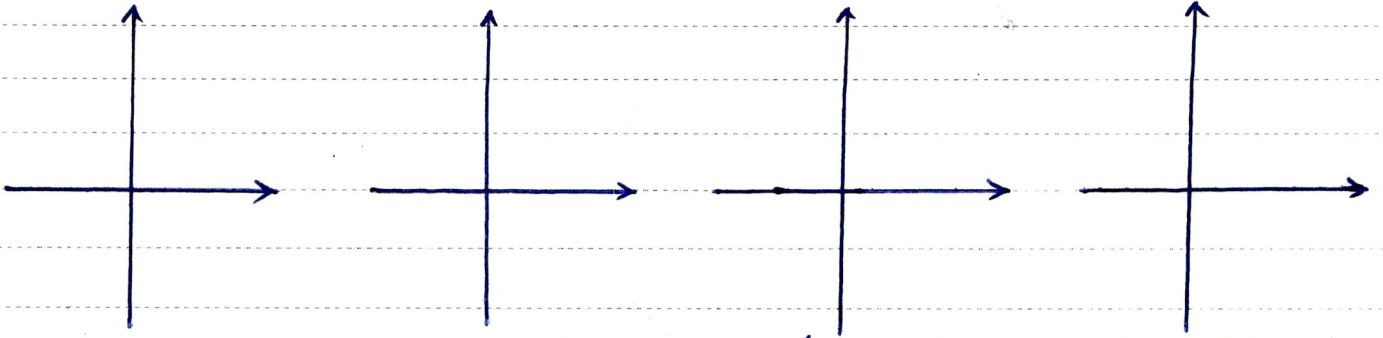
ب) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$f(-3) + f(+5) =$$

۳ تابع $f(x) = [7x]$ حاصل عبارت معادل را بدست آورید.

$$f(-1.4) =$$

۴ الف) نمودار تابع $f(x) = -|x+1| + 2$ را رسم کنید.



ب) تابع $g(x) = |2x - 6|$ را به صورت یک تابع دو ضابطه ای بنویسید.

$$g(x) = |2x - 6| = \begin{cases} \end{cases}$$

۵ اگر $f = \{(-1, 5), (2, 3), (5, -1), (3, 5)\}$ و $g(x) = x^2 + 1$ باشد، حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$f(f(5)) =$$

$$g(f(3)) =$$

$$f(g(1)) =$$

۶ اگر $f = \{(0, 3), (3, 1), (2, 3), (-1, 2)\}$ و $g = \{(-1, 4), (1, -1), (3, 5)\}$ باشد، حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$f+g =$$

$$f \times g =$$

$$D_f =$$

$$D_g =$$

$$D_f \cap D_g =$$

۷- اگر $f = \{(7, a+3), (3, 5), (-1, 2a+b)\}$ یک تابع ثابت باشد. مقدارهای a, b را بدست آورید.

۸- اگر p گزاره ای درست و q گزاره ای نادرست و r گزاره ای دلخواه باشد، ارزش گزاره های زیر را بدون رسم جدول مشخص کنید.

$$p \Leftrightarrow \sim q$$

$$(q \Rightarrow p) \vee p$$

$$(\sim p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q$$

$$(p \vee r) \Rightarrow p$$

$$(\sim q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$$

۹ به کمک جدول ارزش گزاره ها، درستی هم ارز زیر را ثابت کنید.

$$(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q) \equiv p$$

۱. درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.

(الف) اگر ۱۱ فرد باشد، آنگاه $۷ - ۲ \times ۳ = ۱$

(ب) اگر دو عدد فرد باشند، مجموع آنها زوج است و برعکس

(ج) $\sqrt{۹}$ گنگ است اگر و تنها اگر صفر زوج باشد.

(د) $\text{sign}(-۱) = -۱$ اگر و تنها اگر $[-۱, ۵] = -۲$

(ه) عدد ۱۵ فرد است یا $\sqrt{۴}$ گنگ است.

(ت) فصل بهار ۹۳ روز دارد و ۱۵ عددی اول است.

(ث) هفت عددی اول است و هفت عددی اول نیست

۲ جدول مقابل را کامل کنید:

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	اگر شیراز پایتخت ایران است، آنگاه		✓
۲	اگر ۳ زوج و ۱ فرد باشد، آنگاه ۱۲ گویاست		✓
۳	عدد ۷ اول است اگر و فقط اگر		✓
۴	$\sqrt{۵}$ گنگ است و	✓	
۵	یک چهارم ضلعی مربع است، اگر و تنها اگر آن چهار ضلعی لوزی باشد.		
۶	$\text{sign}(-۷) = ۰$ اگر و فقط اگر $\sqrt{۹}$ گنگ باشد.		
۷	$(P \wedge \sim P) \wedge P \equiv F$		
۸	$[-۳, ۵] = -۳$ اگر و فقط اگر ۱۲ عددی اول باشد.		
۹	اگر $۲^۳ = ۲$ باشد، آنگاه اصفهان پایتخت ایران است.		
۱۰	اگر آنگاه	✓	

توجه: حل این سؤالات امتیاز دارد [به بهر روی کلاسی شما دو نفر اضافه می شود]

۱۲ اگر $f(x) = [x] + |x|$ باشد و $D_f = \{-1, 2, 5\}$ باشد، برد تابع f را مشخص کنید.

۱۳ اگر $f(x) = \begin{cases} |x| & x > -2 \\ 5 & x = -2 \\ x+3 & x < -2 \end{cases}$ و $g(x) = \sqrt{[x]}$ و $Z(x) = \text{sign}(x)$ باشد، حاصل عبارات

زیر را بدست آورید.

$$f(-1) =$$

$$g(9, 1) =$$

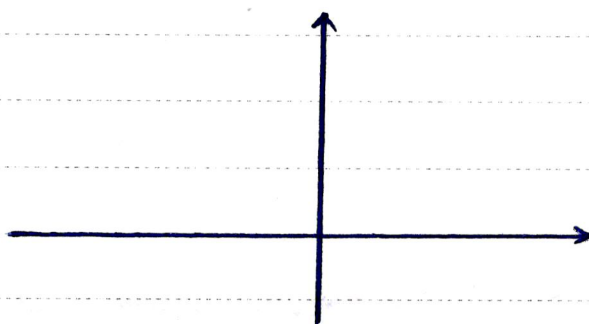
$$Z(-7.5) =$$

$$Z(g(-7.5)) =$$

$$f(Z(-7)) =$$

$$g(f(-1.5)) =$$

۱۴ تابع $f(x) = [x]$ را در محدودی $-1 < x < +2$ رسم کنید



به سوال حالب؛ اگر ارزش گزاره $p \Rightarrow \sim q$ نادرست باشد

- الف) ارزش گزاره های p و q را مشخص کنید.
 ب) ارزش گزاره $(\sim p \vee q) \wedge q$ را مشخص کنید.
 ج) ارزش گزاره $(\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim p$ را مشخص کنید.

جواب: بی دایم که هر گزاره شرطی زمانی نادرست است که مقدم درست و نتالی نادرست باشد.

در صورت سوال گفته است که ارزش $p \Rightarrow \sim q$ نادرست است پس باید p درست و $\sim q$ نادرست باشد. در این صورت ارزش q درست است. به بیان دیگر داریم:

$$\begin{array}{c} \text{مقدم} \\ p \Rightarrow \sim q \equiv F \end{array} \Rightarrow \begin{cases} p \equiv T \\ \sim q \equiv F \Rightarrow q \equiv T \end{cases}$$

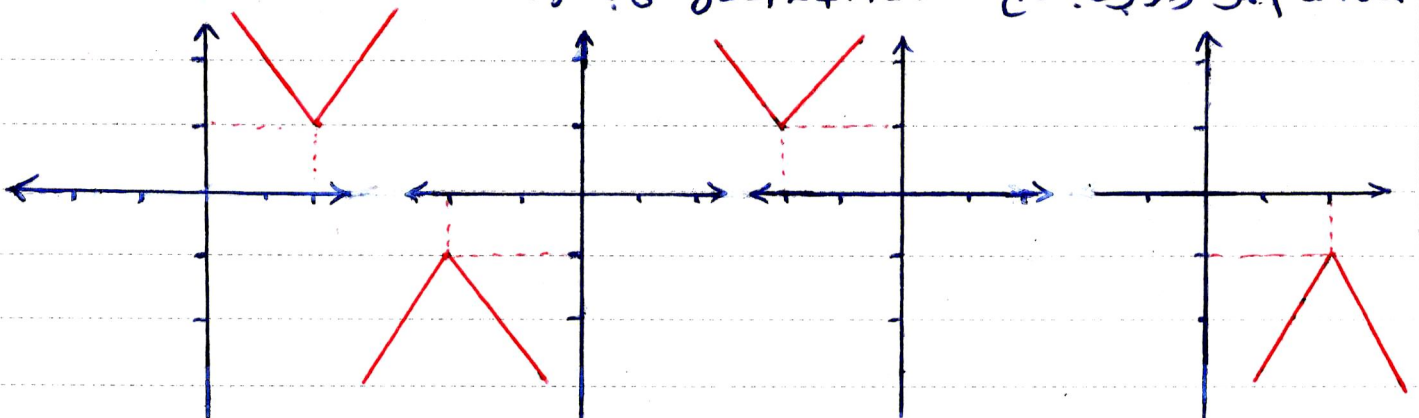
$$\begin{array}{c} \text{نتالی} \\ (\sim p \vee q) \wedge q \equiv T \end{array}$$

جواب ب)

$$\begin{array}{c} \text{مقدم} \\ (\sim p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim p \equiv F \end{array}$$

جواب ج)

مثال: کدام نمودار مربوط به تابع $y = -|x + 2| - 1$ می باشد



مثال: اگر $f(x) = [3x]$ و $g(x) = \text{sign}(x)$ باشد حاصل عبارت مقابل را بدست آورید

$$(f+g)(1,5) = f(1,5) + g(1,5) = \underbrace{[3 \times 1,5]}_{4,5} + \text{sign}(1,5) = 4 + 1 = 5$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(-2,75) = \frac{f(-2,75)}{g(-2,75)} = \frac{[3 \times (-2,75)]}{\text{sign}(-2,75)} = \frac{[-8,25]}{-1} = \frac{-8,25}{-1} = +8,25$$